

ALLEGATO 1 : OBIETTIVI DI RICERCA PER IL TRIENNIO 2015/2017

SETTORE MAT/01 - LOGICA MATEMATICA:

Il gruppo di logica esplorerà i temi di ricerca qui sotto elencati evidenziando per ciascuno gli obiettivi prefissi:

- 1) **Geometria algebrica delle MV-algebre:** si intende sviluppare una geometria algebrica sulle MV-algebre, e quindi uno studio degli insiemi definibili in una MV-algebra come zeri di polinomi.
- 2) **MV-algebre di Riesz:** considerando le MV-algebre di Riesz come l'equivalente "continuo" delle MV-algebre, un obiettivo di ricerca è quello di estendere alle MV-algebre di Riesz la teoria classica delle MV-algebre.
- 3) **MV-algebre libere:** si intendono studiare le MV-algebre libere sia dal punto di vista logico (problema di Tarski per le MV-algebre libere) sia dal punto di vista delle loro copie isomorfe "nonlineari", cioè non coincidenti con l'insieme delle funzioni di McNaughton, che sono un modello "lineare" della MV-algebra libera.
- 4) **Dualità geometriche per categorie di MV-algebre:** si intendono studiare i complementi di strutture residue e le loro relazioni con la proprietà dell'immersibilità finita e il problema della parola. Si cercherà di esportare il metodo delle formule canoniche alle logiche sottostrutturali.
- 5) **μ -calcolo su sottoclassi di grafi:** si intende studiare la gerarchia su sottoclassi relativamente "piccole" come, ad esempio, i grafi planari.

SETTORE MAT/02 - ALGEBRA:

Si intende in primo luogo approfondire lo studio di problematiche relative a coniugati, commutatori, normalizzanti e centralizzanti in alcune classi di gruppi infiniti. Un primo obiettivo è ottenere informazioni sui gruppi risolubili o residualmente finiti in cui ogni sottogruppo A non ciclico si autocentralizza, cioè è tale che $C_G(A) = Z(A)$.

Si intende poi analizzare la struttura dei gruppi G localmente risolubili tali che l'indice nel suo centralizzante di ogni sottogruppo ciclico non normale è finito e limitato.

Un ulteriore obiettivo è relativo agli elementi di Engel di un gruppo. In particolare ci si dedicherà alla seguente congettura: Siano w una parola multilineare e X la classe dei gruppi in cui ogni w -valore è n -Engel e il sottogruppo verbale $w(G)$ è localmente nilpotente; allora X è una varietà. Si studieranno poi problematiche relative al coniugio in alcune classi di gruppi infiniti. In particolare si approfondirà lo studio dei gruppi con due o tre possibili cardinalità per le classi di coniugio, ed i gruppi in cui le classi di coniugio hanno tutte diversa cardinalità. Ci si pone inoltre come obiettivo quello di ottenere caratterizzazioni dei T -gruppi (cioè gruppi in cui la normalità è transitiva) risolubili generalizzati, e in essi una caratterizzazione del sottogruppo di Wielandt.

Si intende poi affrontare lo studio di problemi inversi nella classe dei gruppi ordinati, studiare cioè la struttura di un sottoinsieme finito S di un gruppo ordinato tale che $|S^2|$ è minore o uguale di $r|S|+t$, dove r e $|t|$ sono numeri reali piccoli, $r > 0$. In particolare ci si propone di ottenere una completa descrizione dei sottoinsiemi finiti S di un gruppo ordinato tali che $|S^2|$ è minore o uguale di $3|S|-2$.

Si intende infine affrontare il problema della discretizzazione di curve logaritmiche, mediante l'uso di riga e compasso.

SETTORE MAT/03 - GEOMETRIA:

Gli obiettivi di ricerca del settore si sviluppano in tre direzioni:

- 1) **Geometria differenziale:** si intende generalizzare alle varietà di Jacobi un certo numero di risultati noti per le varietà di Poisson. Più in dettaglio, si intende studiare le deformazioni delle sottovarietà coisotrope in una varietà di Poisson e la possibilità di estendere a tale contesto il formalismo di BFV. Si intende inoltre studiare in quale misura la teoria di Kontsevich della quantizzazione per deformazione delle varietà di Poisson, si estende alle varietà di Jacobi e alle loro

sottovarietà coisotrope. Si intende, infine, studiare sistematicamente le varietà di Dirac-Jacobi introdotte da Wade, anche nel contesto più generale delle strutture di Dirac-Jacobi su un fibrato di rette.

2) **Geometria differenziale ed equazioni differenziali:** si intende studiare il problema di classificazione delle equazioni di Monge-Ampère (EMA) in varietà di contatto omogenee sotto l'azione del gruppo di Lie di contattomorfismi che agisce sulla varietà. Come nel caso generale, anche in quello omogeneo ci si aspetta di riuscire a determinare forme normali e invarianti differenziali. Si intende inoltre studiare il problema di classificazione delle EMA rispetto allo pseudogruppo di contatto: si vogliono raffinare i risultati ottenuti negli anni precedenti, capire più a fondo la geometria della grassmanniana lagrangiana che è alla base di tali risultati, e determinare degli invarianti differenziali che abbiano un significato geometrico più trasparente di quelli attualmente conosciuti.

3) **Topologia:** Nell'ambito della dinamica topologica, si intende studiare il comportamento delle proprietà dinamiche nel passaggio da un sistema dinamico (topologico) individuale ad un sistema dinamico collettivo ovvero, più precisamente, da una mappa definita su uno spazio topologico X ad una mappa indotta definita su un iperspazio di X . Si esploreranno inoltre tematiche relative allo studio di topologie prossimali su spazi di funzioni di tipo "hit and miss" e loro applicazioni, nonché convergenze bornologiche in iperspazi di spazi di prossimità locali e loro applicazioni.

SETTORE MAT/04 – MATEMATICHE COMPLEMENTARI:

I temi di ricerca e gli obiettivi prefissi per il settore sono i seguenti:

Storia della Matematica: Le ricerche si svilupperanno secondo due direttive principali: lo sviluppo dell'algebra moderna, con particolare attenzione alla figura di Girolamo Cardano, e la ricezione dei Classici nel contesto del recupero della matematica antica.

Fondamenti della Matematica: Si indagherà la possibilità di fondare l'ordinaria geometria euclidea senza utilizzare come nozione primitiva quella di punto (point-free geometry). Sono assunte come primitive le nozioni di regione dello spazio e nozioni di tipo metrico.

Didattica della matematica: Si esploreranno le potenzialità di frammenti della logica matematica nell'ambito della didattica della matematica con particolare riferimento alla teoria dei sillogismi, ai diagrammi di Eulero-Venn, alla logica monadica ed alla programmazione logica. Inoltre si studieranno i rapporti esistenti tra letteratura e matematica in una prospettiva di elaborazione di percorsi didattici interdisciplinari.

SETTORE MAT/05 – ANALISI MATEMATICA:

L'attività di ricerca del settore si può inquadrare nell'ambito della teoria delle EDP ellittiche e paraboliche e dello studio di alcuni spazi funzionali. In particolare ci si propone di affrontare i seguenti argomenti:

- Studio di operatori ellittici del secondo ordine di tipo Cordes in ambito pesato, con l'intento di ottenere alcune stime a priori $W^{2,2}$ e alcuni risultati di esistenza e unicità per i relativi problemi di Dirichlet.
- Studio di stime di tipo potenziale per le soluzioni di alcune classi di problemi di Dirichlet associati a equazioni ellittiche in forma di non divergenza in aperti limitati e loro applicazioni a stime a priori.
- Studio di alcuni operatori ellittici degeneri, fra i quali gli operatori di curvatura media parziale o con ellitticità uniforme in direzioni particolari, allo scopo di generalizzare risultati tipici degli operatori differenziali uniformemente ellittici in tema di proprietà qualitative delle soluzioni, condizioni per l'esistenza di soluzioni intere o esplosive sulla frontiera, singolarità eliminabili.
- Studio di operatori ellittici non lineari con coefficienti in spazi pesati, con l'intento di ottenere alcuni risultati classici, quali la disuguaglianza di Harnack, e risultati di regolarità.
- Esistenza e unicità delle soluzioni deboli di problemi parabolici associati a modelli a volatilità stocastica.

- Studio della generazione di semigrupperi fortemente positivi e analitici negli spazi L^p per la realizzazione di operatori di Schrodinger e delle proprietà spettrali di tali semigrupperi. Analisi del comportamento del kernel del calore associato e delle autofunzioni associate.
- Studio della regolarità dei minimi di un funzionale strettamente imparentato con il ben noto funzionale di Mumford e Shah, nel caso anisotropo non ancora trattato in letteratura.
- Dimostrazione di una versione generale del teorema classico di differenziazione di Lebesgue, in spazi di Lebesgue, per spazi più generali in cui la norma delle funzioni dipende ancora dalla misura dei suoi insiemi di livello, detti in letteratura spazi invarianti per riordinamenti.

SETTORE MAT/06 – PROBABILITÀ E STATISTICA MATEMATICA:

Le tematiche di ricerca del gruppo per il triennio 2015 – 17 riguardano l'analisi di caratteristiche e proprietà di modelli stocastici di interesse in vari ambiti applicativi. Gli obiettivi prefissi sono:

- (i) determinazione della distribuzione del tempo di occupazione e delle leggi di probabilità del processo di moto Browniano con deriva aleatoria descritta da speciali istanze del processo del telegrafo generalizzato;
- (ii) individuazione della legge di probabilità per processi di Poisson composti con tempi aleatori descritti da processi di Poisson indipendenti, ed analisi del problema del tempo di primo passaggio relativo;
- (iii) definizione e studio delle proprietà della "reversed relevation transform", con applicazioni a successioni di variabili aleatorie ed all'entropia cumulativa;
- (iv) studio di versioni dinamiche della mutua informazione, con applicazioni in teoria dell'affidabilità riferite alle statistiche d'ordine e basate sulle copule;
- (v) analisi di processi stocastici di tipo nascita-morte-immigrazione definiti su grafi per la descrizione di dinamiche di popolazioni interagenti, e studio delle corrispondenti approssimazioni diffuse.

SETTORE MAT/07– FISICA MATEMATICA:

Le tematiche di ricerca del gruppo per il triennio 2015 – 17 si svilupperanno nell'ambito dell'analisi qualitativa, la simulazione, la formulazione di Modelli matematici della Fisica-Biologia, con particolare riguardo alle seguenti questioni:

- Studio della formulazione e delle implicazioni fisiche delle equazioni frazionarie della fisica matematica su insiemi frattali, con l'obiettivo di ottenere equazioni (ed eventualmente con le corrispondenti soluzioni) valide su insiemi di Cantor.
- Analisi in basi di wavelet di equazioni fondamentali della fisica matematica, con l'obiettivo di esprimere soluzioni di equazioni in basi di wavelet ed interpretare i fenomeni della fisica matematica in dipendenza del fattore di scala delle wavelet.
- Analisi di modelli cinetici di competizione biologica, con l'obiettivo di risolvere in alcuni casi le equazioni non lineari del modello cinetico
- Analisi frattale di dati biologici, con l'obiettivo di evidenziare l'esistenza della natura frattale dei dati
- Analisi frattale di immagini biologiche, con l'obiettivo di evidenziare delle singolarità che possano avere delle interpretazioni biologiche
- Studio di onde non lineari nei materiali compositi, con l'obiettivo di risolvere alcuni problemi non lineari almeno in seconda approssimazione

SETTORE MAT/08– ANALISI NUMERICA:

L'attività di ricerca in programma per il prossimo triennio 2015/2017 verrà principalmente rivolta al trattamento numerico di problemi di evoluzione deterministici, con particolare riferimento alle equazioni differenziali ordinarie, alle derivate parziali (in particolare, problemi di reazione-diffusione e avvezione-diffusione oscillanti), problemi conservativi, equazioni integrali di Volterra e frazionarie. Inoltre saranno considerati problemi di tipo evolutivo non-deterministici, anche nel

contesto del controllo ottimale, ed in particolare problemi modellizzati da equazioni differenziali alle derivate parziali di tipo parabolico ed iperbolico, di tipo Fokker-Planck (con condizioni al bordo classiche e di tipo non-locale), di equazioni integrali di Volterra, e di sistemi di ottimalità per problemi di ricerca di minimo (o massimo) vincolato da equazioni alle derivate parziali.

Sul piano metodologico, per i problemi di tipo deterministico, si proporranno tecniche numeriche *special purpose* e *structure preserving*, ossia orientate al problema e in grado di riprodurre con accuratezza comportamenti tipici degli operatori summenzionati con particolare riferimento alle seguenti proprietà: oscillazioni spazio-temporali, conservazione di invarianti, memoria nel tempo, eventuale stocasticità nel tempo. L'approccio prevedrà, in prevalenza, l'introduzione di nuovi solutori numerici mediante tecniche di fitting non polinomiale che giovano della conoscenza a priori di informazioni qualitative sulla soluzione, unitamente allo studio rigoroso delle proprietà di accuratezza, di stabilità, alla stima dei parametri incogniti dai cui dipendono i coefficienti dei metodi (come la frequenza delle oscillazioni per problemi con soluzione oscillante) e al disegno di software matematico. Qualora il cui campo vettoriale risulti decomponibile nella somma di termini che generano soluzioni che evolvono con velocità differenti, si adotteranno schemi numerici di tipo implicito-esplicito (IMEX). Inoltre, per i problemi evolutivi di tipo non deterministico, lo studio dei metodi numerici verterà preferibilmente su quelli in grado di riprodurre alcune caratteristiche peculiari della funzione soluzione, quali, ad esempio, la non-negatività e la conservatività della funzione densità di probabilità associata a processi stocastici.

SETTORE MAT/09– RICERCA OPERATIVA:

Le tematiche di ricerca sulle quali il gruppo intende impegnarsi nel periodo 2015/2017 sono:

1) Varianti difficili del problema dell'albero di copertura (Spanning Tree).

Studieremo le principali varianti "difficili" proposte per l'individuazione dello spanning tree di un grafo con differenti criteri di ammissibilità e differenti funzioni da ottimizzare. Per ognuna delle varianti studiate proporremo modelli matematici efficienti, determineremo disuguaglianze valide e svilupperemo algoritmi di tipo "branch and cut". Inoltre costruiremo algoritmi euristici e metaeuristici per la soluzione di istanze di grandi dimensioni.

2) Gestione ottimale di Wireless Sensor Networks.

Nel progetto di ricerca sulle reti di sensori wireless intendiamo studiare alcune importanti varianti per il problema della massimizzazione della durata (delle batterie presenti sui sensori) di una rete wireless. In particolare considereremo scenari di tipo eterogenei, di notevole interesse sia applicativo che teorico. Problematiche di questo tipo sono state finora scarsamente trattate dalla letteratura. Nello specifico, considereremo il caso in cui siano presenti sensori di tipologia differente, in grado di rilevare diverse metriche dell'area in oggetto. Questo fattore è di rilevanza pratica in molti scenari reali. Un'altra variante che studieremo riguarderà la gestione della "rottura" di sensori; tale tematica merita di essere affrontata al fine della realizzazione di coperture "robuste". Il nostro gruppo approfondirà la conoscenza in questo settore di ricerca, esplorando quest'aspetto insieme ad altri importanti questioni legate ai nuovi sviluppi tecnologici. In particolare considereremo la possibilità di attivare i sensori con differenti livelli di consumo della batteria (e quindi con differenti dimensioni delle aree "coperte").

3) Network Location for Traffic Monitoring: Measurement Error and Sensor Failure

Nonostante il lavoro fatto nel campo della localizzazione dei sensori per il monitoraggio del traffico su di una rete stradale, vi è ancora molto da esplorare. Il nostro gruppo lavorerà al possibile miglioramento dei modelli e degli algoritmi, da noi sviluppati, per affrontare due aspetti importanti ed ancora poco studiati: i) errori di misurazione (la presenza di errori di misura potrebbe rendere le soluzioni dei modelli non utilizzabili in pratica) e ii) guasti dei sensori. Infatti, anche se negli studi esistenti sono considerate le incertezze nella conoscenza preventiva, è sempre assunto che i dati acquisiti siano privi di errori e che i sensori possano "lavorare" per un tempo indeterminato. Affronteremo queste tematiche, sia per i problemi specifici in questo settore sia per il problema generale della localizzazione dei sensori per l'osservabilità (stima) del flusso presente sulla rete.