Dichiarazione degli obiettivi di ricerca del Dipartimento

L'attività di ricerca del Dipartimento di Matematica e Applicazioni 'R. Caccioppoli' si articola in otto principali temi di ricerca:

Algebra
Geometria
Didattica e storia della matematica
Equazioni alle derivate parziali e sistemi dinamici
Calcolo delle variazioni e sue applicazioni
Metodi e modelli matematici per le scienze di base e applicate
Calcolo scientifico
Modellistica in ottimizzazione combinatoria, probabilità e statistica

Tali temi di ricerca sono portati avanti dai Gruppi di Ricerca descritti nel quadro B.1.b con numerose interconnessioni fra i vari settori scientifico-disciplinari e con il coinvolgimento di membri di altri dipartimenti della Federico II e di numerosi studiosi e ricercatori di università e centri di ricerca italiani e stranieri. Una descrizione dettagliata di tali temi di ricerca è reperibile sul sito web del Dipartimento alla pagina <http://matematica.dip.unina.it/it/ricerca/temi-di-ricerca/>

Presso il Dipartimento è attivato il Dottorato in Scienze Matematiche e Informatico nel quale sono sviluppati gli stessi temi di ricerca suddetti più un ulteriore tema di carattere informatico. Una descrizione più dettagliata di essi è reperibile all'indirizzo web http://matematica.dip.unina.it/wp-content/uploads/sites/10/2013/02/Temi_di_Ricerca-v2.0.pdf Altre informazioni sul dottorato, fra cui la composizione del Collegio e i corsi offerti possono essere reperibili sul sito web del Dipartimento alla pagina <http://matematica.dip.unina.it/it/didattica/dottorato/>

In calce è riportato il programma di ricerca per il triennio 2015-2017 articolato nelle tematiche precedentemente indicate.

Alla luce di tale programma di ricerca indichiamo qui di seguito gli obiettivi primari che il Dipartimento intende perseguire nel prossimo triennio, le azioni attraverso cui verranno perseguiti e il relativo monitoraggio.

Obiettivi primari per il triennio 2015-2017

- 1- Consolidare e/o aumentare la produzione e la qualità scientifica del Dipartimento.**
- 2- Aumentare la mobilità in entrata e in uscita in particolare di dottorandi e assegnisti.**
- 3- Aumentare la possibilità di accesso a fonti di finanziamento competitive nazionali e comunitarie.**

1- Consolidare e/o aumentare la produzione e la qualità scientifica del Dipartimento.

Monitoraggio	Riesame 2015
Scadenza obiettivo	2017
Azioni	Indicatori/monitoraggio
Azione 1.1 – Consolidare e/o aumentare il numero e la qualità dei prodotti della ricerca.	i) Numero totale di articoli di ricerca su riviste nazionali e internazionali. ii) Numero totale di articoli pubblicati su riviste della fascia A) e B) stabilita dall'ultima valutazione ANVUR per i vari settori

	<p>scientifico-disciplinari.</p> <p>iii) Numero totale di articoli pubblicati in atti di convegni internazionali.</p> <p>iv) Numero totale di monografie pubblicate presso editori nazionali e internazionali riconosciuti.</p>
Azione 1.2 – Consolidare la competitività delle aree di eccellenza e rafforzare le aree deboli.	Verifica ex post della qualità del reclutamento effettuato nel periodo 2011-2014 utilizzando gli stessi indicatori dell’Azione 1. Tali indicatori saranno estesi anche agli assegnisti.
Azione 1.3 – Sviluppare meccanismi di valutazione interni che garantiscano il monitoraggio dei risultati dell’attività del Dottorato.	<p>i) Misura della qualità scientifica dei docenti tutor attraverso gli indicatori i), ii) e iii) dell’Azione 1.1.</p> <p>ii) Misura della qualità scientifica raggiunta dai dottorandi attraverso gli indicatori i) e iii) dell’Azione 1.1.</p>
Azione 1.4 – Riduzione dei docenti senza produzione scientifica attraverso la promozione di collaborazioni nel Dipartimento e di esterne ad esso.	Numero di inattivi calcolato secondo i criteri della VQR.

2- Aumentare la mobilità in entrata e in uscita in particolare di dottorandi e assegnisti.

Monitoraggio	Riesame 2015
Scadenza obiettivo	2017
Azioni	Indicatori/monitoraggio
Azione 2.1. – Incentivare la mobilità internazionale in ingresso e in uscita e sostenere lo svolgimento di stage, di durata significativa, in centri di ricerca all’estero.	<p>i) Numero di visiting fellow in entrata e in uscita per un periodo di almeno 30 giorni.</p> <p>ii) Numero di dottorandi e assegnisti in uscita.</p>

3- Aumentare la possibilità di accesso a fonti di finanziamento competitive nazionali e comunitarie.

Monitoraggio	Riesame 2015
Scadenza obiettivo	2017
Azioni	Indicatori/monitoraggio
Azione 3.1 – Aumentare la possibilità di accesso a progetti di Ateneo e/o nazionali.	Numero di progetti finanziati.
Azione 3.2 – Aumentare la possibilità a bandi comunitari.	<p>i) Numero di partecipazioni a bandi comunitari.</p> <p>ii) Numero di progetti finanziati</p>
Azione 3.3 – Istituzione di un Ufficio Ricerca.	L’ufficio avrà il compito di segnalare i bandi di ateneo, nazionali ed europei e di fornire

Programma di Ricerca per il triennio 2015-2017

Riportiamo qui di seguito il programma di ricerca per il triennio 2015-2017 articolato nelle otto principali tematiche di interesse per il Dipartimento.

Algebra.

Scopo principale delle ricerche in questo settore è la verifica che il comportamento dei sottogruppi piccoli nei gruppi grandi rispetto alle naturali proprietà di immersione è trascurabile. In tal senso è possibile dare una definizione formale di gruppo grande. I gruppi di rango infinito costituiscono una classe di gruppi grandi. Vari ricercatori del settore presenti in Dipartimento hanno recentemente pubblicato una serie di articoli che provano che in molti casi il comportamento dei sottogruppi di rango finito in un gruppo di rango infinito è trascurabile, almeno nell'universo dei gruppi risolubili. In una prima fase si intende completare tali ricerche, estendendole a tutte le proprietà di immersione naturali. Una seconda fase prevede la determinazione di altre classi di gruppi grandi con buon comportamento. In particolare, si intende provare che è trascurabile il comportamento dei sottogruppi numerabili nei gruppi non numerabili. Si intendono inoltre studiare generalizzazioni della normalità per i sottogruppi ed automorfismi di gruppi collegati a tali generalizzazioni, anche nell'ottica dei famosi risultati di Baer e Hall. Si intende infine approfondire lo studio dei gruppi con classi di coniugio finite e delle proprietà reticolari dei gruppi infiniti.

Geometria.

Le ricerche in questo settore si articolano in tre filoni.

L'obiettivo del programma di ricerca è di dare nuovi contributi nell'ambito delle tematiche scientifiche che verranno affrontate.

Un gruppo di membri del Dipartimento del settore MAT/03 svolgerà ricerche nell'ambito della **Geometria Algebrica** e in particolare sulle problematiche seguenti:

- a) ideali definiti da prodotti di forme lineari, studio della proprietà di Cohen-Macaulay e dei legami con i lifting di ideali monomiali;
- b) varietà lisce eccetto che in un punto singolare;
- c) teoria di Noether-Lefschetz per sistemi lineari con luogo base assegnato e per sistemi lineari con elemento generale singolare;
- d) generalizzazioni del teorema di Connettività di Nori, proprietà di Lefschetz (forte e debole) per ideali artiniani, in particolare con applicazione alle varietà soddisfacenti equazioni differenziali e alla funzione di Hilbert;
- e) metodi di decomposizione di forme omogenee (o, equivalentemente, di tensori simmetrici) e minorazioni sul rango di Waring, algoritmo di Strassen per la moltiplicazione di matrici;
- f) sviluppo di metodi algoritmici per effettuare calcoli nello schema di Hilbert, studio della regolarità di Castelnuovo-Mumford e della funzione di Hilbert, anche in relazione alla struttura delle K-algebre graduate standard;
- g) studio delle varietà proiettive immerse, varietà con 'pochi' punti doppi apparenti e loro

generalizzazioni, varietà con difetto di tangenza.

Un altro gruppo di membri del Dipartimento del settore MAT/03 svolgerà ricerche nell'ambito della **Geometria Combinatoria** e in particolare sulle problematiche seguenti:

- a) classificazione dei flock, che definiscono un semicorpo di dimensione due sul nucleo sinistro, teoria dei quadrangoli generalizzati di traslazione;
- b) teoria dei semicorpi finiti e sue applicazioni;
- c) teoria degli spazi lineari con particolare riguardo alla questione di stabilire quando essi siano immergibili in uno spazio proiettivo finito;
- d) caratterizzazioni gruppali e geometriche degli unital dei piani proiettivi su campi finiti;
- e) caratterizzazioni geometriche e combinatorie degli insiemi GF(q)-lineari in piani proiettivi e spazi proiettivi su campi finiti.

Un terzo gruppo di membri del Dipartimento del settore MAT/03 svolgerà ricerche nell'ambito della **Topologia algebrica, Geometria Differenziale e Geometrie non Commutative** e in particolare sulle problematiche seguenti:

- a) operazioni sull'anello di coomologia di Fp-algebre di Hopf commutative;
- b) teoria degli invarianti;
- c) aspetti geometrici della rinormalizzazione in teorie quantistiche di campo, in particolare la 'finite-mode regularization', e legame con l'aspetto metrico della geometria non-commutativa;
- d) metriche nello spazio degli stati di una C*-algebra, legame fra topologia metrica e weak*, problemi di convergenza di sequenze di stati;
- e) legame fra deformazioni di fibrati in linee su curve ellittiche e la C*-algebra delle rotazioni irrazionali sul cerchio;
- f) quantizzazione di spazi metrici compatti (nel senso di Rieffel) e problemi di convergenza di sequenze di spazi metrici per la distanza di Gromov-Hausdorff;
- g) gruppi quantistici compatti (nel senso di Woronowicz) e triple spettrali.

Didattica e storia della matematica.

Le ricerche su queste tematiche sono condotte dai membri del Dipartimento afferenti al SSD MAT/04 e da docenti di altri SSD interessati alla storia della matematica.

Le ricerche in Didattica della matematica si articolano in vari filoni, riguardanti le varie fasce scolari, con prevalente interesse per le dinamiche di pensiero dei primi anni del percorso scolastico, e per le problematiche relative alla formazione degli insegnanti. In breve:

- progettazione e realizzazione di strategie di approccio al numero nella scuola di base, anche ispirate a metodologie provenienti da altri paesi, atte a stimolare forme precoci di pensiero algebrico;
- analisi dei processi risolutivi di studenti della primaria di problemi la cui risoluzione prevede, oltre alla costruzione di opportuni modelli matematici, la considerazione di vincoli relativi ai contesti reali evocati;
- realizzazione e studio di percorsi didattici basati su problem solving matematici, in cui ambiguità ed errori degli studenti sono visti come occasioni di approfondimento e risorse per costruire nuova conoscenza;
- analisi, nella formazione insegnanti di ogni livello, di componenti essenziali della *Mathematical Knowledge for Teaching*, e conseguente produzione di materiali innovativi per insegnanti in formazione;
- analisi di aspetti della figura professionale dell'insegnante-ricercatore.

Nel settore della Storia della matematica saranno oggetto di indagine le attività matematiche (e scientifiche e culturali) svoltesi nel periodo tra l'unificazione del paese e il secondo conflitto mondiale nell'area che faceva riferimento alla città di Napoli (*grosso modo* l'intera Italia meridionale). Tra le iniziative previste: studio dei rapporti tra Benedetto Croce e Pasquale Del

Pezzo; costruzione di un sito attraverso cui rendere disponibili materiali originali (fondi epistolari, collezioni di strumenti e modelli, raccolte di tavole); acquisizione di ulteriori fondi.

Equazioni alle derivate parziali e sistemi dinamici.

Questo è un settore di ricerca su cui il Dipartimento ha una lunga e consolidata tradizione riconosciuta anche internazionalmente. In esso sono coinvolti prevalentemente afferenti al SSD MAT/05.

Si prenderanno in esame vari aspetti della teoria delle equazioni alle derivate parziali, lineari e non lineari, di tipo ellittico, parabolico o delle cosiddette equazioni Hamiltoniane. Un tipo di approccio fa ricorso ai metodi geometrici che si basano su disequaglianze isoperimetriche e metodi di simmetrizzazione. Tali metodi permettono di ottenere stime a priori per soluzioni di problemi al bordo relativi a equazioni ellittiche, che sono il punto di partenza per provare esistenza, unicità e regolarità delle soluzioni. Saranno studiate equazioni di vario tipo: equazioni ellittiche lineari e non, con termini di ordine inferiore, degeneri, singolari, anisotrope, totalmente non lineari, non locali, ed equazioni paraboliche.

Si prenderanno in esame anche problemi di ottimizzazione di forme per disequaglianze geometrico-funzionali. Si intende anche indagare sui legami tra diversi tipi di capacità, da cui scaturiscono risultati di esistenza e non esistenza per equazioni ellittiche con dati misure. Si intende affrontare lo studio di una classe di equazioni alle derivate parziali di tipo ellittico semilineare a non linearità di tipo esponenziale, definite su varietà bidimensionali, note in letteratura come 'mean field equations'. Uno spazio particolare sarà riservato allo studio della regolarità delle soluzioni di sistemi di equazioni ellittiche o paraboliche e di sistemi di disequazioni variazionali. Da un lato si intende studiare la regolarità delle soluzioni in dipendenza dalla regolarità dei coefficienti del sistema, dall'altro si intende continuare a studiare il flusso di calore per i cosiddetti H-sistemi.

Un'ulteriore problematica è costituita dalle equazioni alle derivate parziali hamiltoniane, trattate nell'ambito della cosiddetta teoria KAM e da equazioni inerenti la meccanica quantistica relativistica come l'equazione pseudo-relativistica con non linearità di tipo Hartree introdotta come equazione di campo medio per le stelle di bosoni.

Calcolo delle variazioni e sue applicazioni.

Anche questo è un settore in cui il Dipartimento ha un riconosciuta visibilità internazionale. In esso sono coinvolti prevalentemente afferenti al SSD MAT/05.

Il programma di ricerca in questo settore verterà sulle problematiche seguenti:

1. *Omeomorfismi di Sobolev*. Recentemente ha destato un certo interesse lo studio di omeomorfismi di Sobolev e BV fra aperti. In questo ambito i problemi principali sono essenzialmente due: trovare condizioni generali che assicurino che anche l'inverso di un tale omeomorfismo appartenga ad uno spazio di Sobolev, o sia almeno di classe BV, e approssimare sia gli omeomorfismi che i loro inversi con omeomorfismi più regolari. Strettamente connesso a questi filoni di ricerca è anche quello dello studio del legame fra determinante jacobiano puntuale e distribuzionale.
2. *Stabilità di disuguaglianze geometriche e funzionali*. Su queste tematiche alcuni membri del Dipartimento hanno ottenuto in anni recenti risultati di un certo rilievo con un'ottima visibilità a livello internazionale. Sulla scia dei risultati ottenuti di recente si intende studiare: la stabilità della disuguaglianza di Polya-Szegö, la stabilità della disuguaglianza isoperimetrica per il perimetro frazionario e la dipendenza ottimale della costante nella disuguaglianza isoperimetrica quantitativa gaussiana. Lo studio di queste questioni di natura teorica sarà poi utilizzato per analizzare le proprietà qualitative delle configurazioni di equilibrio di problemi a discontinuità libera in cui l'energia da minimizzare è data dalla somma di un termine di volume e di un termine di superficie.
3. *Ottimizzazione, controllo ottimo, disequazioni variazionali*. In questo settore, che presenta interessanti problemi sia di natura teorica che di carattere più applicato, si studierà in particolare il

problema della localizzazione dei servizi su un territorio, utilizzando sia tecniche di ottimizzazione vincolata su regioni del piano, che tecniche di teoria dei giochi e di trasporto ottimo. Inoltre verranno studiati problemi di esatta controllabilità e di controllo ottimo quali: il comportamento asintotico delle soluzioni di problemi di esatta controllabilità per equazioni iperboliche in un dominio con frontiera fortemente oscillante con condizioni al bordo di tipo Neumann e problemi di controllo ottimo in cui il controllo è posto sulla matrice dei coefficienti della parte principale di un operatore ellittico.

Metodi e modelli matematici per le scienze di base e applicate.

Obiettivo della ricerca: costruzione di modelli matematici nelle scienze di base e applicate di interesse sia teorico che computazionale e sviluppo di metodi per la modellizzazione e per l'analisi dei modelli. Nella ricerca si utilizzeranno equazioni differenziali ordinarie, equazioni alle derivate parziali, equazioni integro-differenziali e simulazioni numeriche.

Filoni di ricerca:

Meccanica dei mezzi continui. Fluidodinamica in mezzi porosi: stabilità e definitività limitatezza delle soluzioni. Classificazione di soluzioni *travelling-wave* di un'equazione di sine-Gordon modificata. Meccanismi di accelerazione di elettroni in plasmi freddi interagenti con impulsi laser brevi ed intensi. Propagazione ondosa in dielettrici elastici non lineari.

Modelli matematici per biofilms. Analisi qualitativa e simulazioni numeriche per modelli di crescita in biofilms; modelli di invasione e colonizzazione di nuove specie microbiche in biofilms; modelli matematici per interazioni tra metalli pesanti e biofilms.

Modelli matematici in Neuroscienze. Modelli di riduzione e operatori nonlineari.

Teorie di campo su spazi commutativi e non. Teorie di campo relativistiche e loro simmetrie spazio-temporali tramite quaternioni. Deformazioni non commutative tramite *twist* di Drinfel'd dello spazio-tempo e trasformazioni di Poincaré finite di teorie quantistiche.

Analisi e controllo di processi non lineari di diffusione. Ruolo dell'informazione nei processi virali; diffusione spazio-temporale in epidemiologia e dinamica delle popolazioni.

Modelli risolubili in Meccanica Quantistica. Analisi rigorosa di modelli di ambiente quantistico. Buona posizione e stabilità per l'equazione di Schrödinger 2D e Dirac 1D con non linearità concentrate.

Analisi qualitativa per ODE. Trasferimento di proprietà di stabilità totale e non asintotica da varietà invarianti all'intero spazio per ODE non autonome.

Calcolo scientifico.

La ricerca su questo tema riguarda la risoluzione di problemi di matematica numerica e loro applicazioni, lo sviluppo, l'analisi e la progettazione di algoritmi numerici efficienti ai fini di una loro effettiva implementazione in elementi di software matematico anche in ambienti di Calcolo ad alte prestazioni. Si intende portare avanti nel triennio il seguente programma scientifico.

Problemi inversi mal posti nella Data Assimilation (DA): applicazione approccio gerarchico multi-livello tipico della domain decomposition per lo sviluppo di metodologie numeriche e dei relativi algoritmi alla base della DA. I risultati attesi riguardano lo sviluppo di algoritmi e software paralleli innovativi ovvero efficienti, accurati e scalabili.

Equazioni Differenziali Ordinarie e Equazioni Integrali di Volterra (ODEs e VIEs): sviluppo e implementazione di metodi conservativi ed altamente stabili. In particolare, studio della stabilità non lineare dei Diagonally Implicit Multistage Integration Methods e quella dei Volterra General Linear Methods e Natural Continuous Volterra Runge-Kutta.

Equazioni Integrali Singolari Lineari e Non Lineari (LSIEs e NLSIEs,) ed Equazioni Integro-Differenziali Singolari Lineari e Non Lineari (LSIDEs e NLSIDEs): studio dei problemi che originano particolari LSIEs, NLSIEs, LSIDEs e NLSIDEs, ponendo tali equazioni nella forma più

appropriata, complete delle condizioni al contorno, della misura dei parametri che le caratterizzano, oltre a provare risultati analitici di invertibilità ed eventuali sviluppi asintotici delle soluzioni.

Ottimizzazione non lineare: prosecuzione di preesistenti ricerche sui metodi del primo ordine; estensione al caso vincolato e non quadratico con tecniche tipo gradiente proiettato; analisi relativa all'effetto di smoothing e di regolarizzazione dei metodi del primo ordine, con applicazione a problemi di analisi di immagini. Clustering: progetto e messa a punto di tecniche di approssimazione e/o euristiche per soluzioni di buona qualità in tempi di calcolo accettabili.

Ambienti di Calcolo ad Alte Prestazioni: sviluppo di strutture dati e classi di algoritmi ibridi e/o gerarchici che si adattino alla piattaforma hardware-software sottostante. Studio e gestione di architetture hw/sw multiprocessore – multicore; eterogeneità di tali dispositivi dovuta ai diversi livelli di parallelismo; combinazione dei vari tipi di parallelismo in un solo algoritmo mediante tecniche modulari di ingegneria del software per la gestione delle varie forme di parallelismo (MPI per il message passing, OpenMP per la sincronizzazione dei thread, CUDA per le GPU). Ambienti grid e cloud.

Modellistica in ottimizzazione combinatoria, probabilità e statistica.

Ci si propone di sviluppare ulteriormente temi di ricerca sui quali il gruppo di ricerca del settore disciplinare MAT/06 ha una consolidata esperienza sia per quanto riguarda gli ambiti teorici che i risvolti applicativi. Le metodologie che saranno impiegate sono quelle relative alla determinazione per via analitico-computazionale e/o per mezzo di tecniche di simulazione delle leggi di probabilità di processi stocastici di varia natura (diffusione, gaussiani, markoviani) utilizzati nella modellistica di fenomeni biologici quali la dinamica neuronale e quella delle proteine-motori che sono alla base del fenomeno della contrazione muscolare. Tale studio comporterà anche l'introduzione di elementi innovativi atti ad ampliare e perfezionare la modellistica esistente, come ad esempio l'introduzione di parametri (dei modelli) dipendenti dal tempo, barriere di riflessione, dinamiche di piccole reti neurali, motori browniani a doppia buca, nuove misure di informazione.

Il gruppo di ricerca del settore disciplinare MAT/09 intende studiare problemi di ottimizzazione combinatoria di difficile trattazione computazionale che emergono dalla manipolazione di stringhe di caratteri e sviluppare algoritmi efficienti per la loro risoluzione. Secondo obiettivo di ricerca del gruppo è anche lo studio di problemi di flusso e cammini minimi in grafi orientati e pesati con particolare attenzione al cosiddetto problema dello Shortest Path Tour. Il primo lavoro scientifico che descrive questo problema è stato pubblicato nel 2012 proprio ad opera del gruppo di ricerca federiciano. Lungo questa linea di ricerca si intende formalizzare la descrizione logico-matematica del problema in termini di problema di programmazione lineare intera e approfondire lo studio delle sue proprietà al fine di giungere alla verifica formale della sua classificazione dal punto di vista computazionale.